

# Examen de Conocimientos Generales

## Análisis Numérico

27 de Junio del 2016  
Horario : 11:00 a 14:30

Nota: Se deberán resolver todos los problemas.

1. [2pts.] Demuestre que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -5 & -5 & -5 \\ -5 & 10 & -5 & -5 \\ -5 & -5 & 10 & -5 \\ -5 & -5 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

es positiva definida.

2. [2pts.] Encuentre y grafique el b-spline cuadrático  $C^1$  con las propiedades siguientes:

$$b'(0) = b(0) = 0$$

$$b'(5) = b(5) = 0$$

$$b(3) = 1$$

$$b(x) = \begin{cases} P_1(x), & x \in [0, 1] \\ P_2(x), & x \in [1, 4] \\ P_3(x), & x \in [4, 5] \end{cases}$$

3. [1pt.] Bajo qué condiciones el método de Newton converge cuadráticamente.
4. [1pt.] Enuncie y demuestre el teorema de contracción de mapeos de Banach.
5. [2pts.] Calcule la regla de cuadratura Gaussiana de 2 puntos en un intervalo  $[a, b]$  tal que

$$\int_a^b f(x) dx = w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2)$$

6. [1pt.] Considere la sucesión  $\{s_k\}$  definida por los puntos:

$$s_0 = 0$$

$$s_{k+1} = s_k \oplus 12.3$$

Calcule:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s_k = ?$$

en  $\text{Fl}(10, 3, -99, 99)$ .

7. [1pt.] Encuentre las soluciones de la ecuación

$$4 \oplus x = 4.01$$

$x \in \text{Fl}(10, 3, -99, 99)$  y ubíquelas geoméricamente; suponga que el redondeo es simétrico.