

# Examen de Conocimientos Generales

## Análisis Numérico

13 de Enero de 2017  
Horario : 11:00 a 14:30

1. [2pts.] Considere el sistema numérico de Punto flotante

$$\mathbb{R}(10, 5, -10, 10) = F$$

a) ¿Cuál es la distancia entre  $x \in F$  y el que le sigue? .

b) Encuentra la solución más pequeña de la ecuación

$$x \oplus 12345 = x$$

2. [1pt.] Demuestra que si  $\|A\| < 1$  entonces  $I - A$  es invertible.

3. [1pt.] Si  $S = \alpha I - \beta aa^t$ , considerando  $I$ =identidad en  $\mathbb{R}^n$  y  $a \in \mathbb{R}^n$ .  
¿ Cuándo  $S(\alpha, \beta)$  es positiva definida, si  $\alpha$  y  $\beta \in \mathbb{R}$ ?

4. [1pt.] ¿Qué relación existe entre la factorización  $A = QR$  de una matriz y el método de Gram-Schmidt ?.

5. [2pts.] Explique cómo construir y calcular un spline cúbico paramétrico que pase por  $n$  puntos  $\{(X_i, Y_i)\}$  del plano.
  
6. [1pt.] Explique qué es una regla de cuadratura gaussiana y sus propiedades. Calcule una regla de cuadratura gaussiana de 3 puntos en el intervalo  $[-1, 1]$ .
  
7. [1pt.] Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tiene un punto fijo atractor  $x^*$  y  $f$  es diferenciable. Demuestre que en una vecindad de  $x^*$ ,  $x_{n+1} = f(x_n)$  converge en forma lineal.
  
8. [1pt.] Explique qué se entiende por condición de un problema y estabilidad de un método numérico.