

Examen de Conocimientos Generales

Análisis Numérico

13 de Junio de 2017
Horario : 11:00 a 14:30

Lugar: Lab. de Cómputo Científico cub. 240, 2do. piso Depto. de Matemáticas

Instrucciones: Resuelva todos los ejercicios.

1. [2pts.] Considere el sistema numérico de Punto flotante

$$\mathbb{R}(10, 5, -10, 10) = F$$

- a) ¿Cuál es la distancia entre $x \in F$ y el que le sigue?
- b) Encuentra la solución más pequeña de la ecuación

$$x \oplus 12.345 = x$$

2. [1pt.] Demuestra que si $\|A\| < 1$ entonces $I - A$ es invertible.

3. [2pt.] Demuestre que A es positiva definida y calcule sus eigenvalores.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

4. [2pts.] Considere la partición $0 < 1 < 2 < 3$ del intervalo $[0, 3]$. Calcule un spline cuadrático tal que:

- a) $s(x) \in C^1$
- b) $s(0) = s'(0) = 0$
- c) $s(3) = s'(3) = 0$

5. [1pt.] Explique qué es una regla de cuadratura gaussiana y sus propiedades. Calcule una regla de cuadratura gaussiana de 3 puntos en el intervalo $[0, 1]$.

6. [2pt.] Sean $I = [a, b]$, $f : I \rightarrow I$, tal que:

- a) f continua
- b) $f(I) \subset I$
- c) $f(x)$ satisface la condición de Lipschitz constante $L < 1$, en I .

Demuestre que para cualquier $x \in I$, la sucesión

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

converge a la única solución de $x = f(x)$.