

Examen de Conocimientos Generales

Análisis Numérico

1. Sea (X, d) es un espacio métrico completo y f una contracción, es decir

$$d(f(x), f(y)) < k d(x, y);$$

$$0 < k < 1$$

para toda $x, y \in X$ demuestre que existe un único punto fijo de f .

2. Considere $fl(10, 5, -100, 100)$, calcule

a) $\text{mín}\{s > 0 \mid s \oplus 1 = s\}$

b) $\text{máx}\{\epsilon > 0 \mid \epsilon \oplus 1 = 1\}$

3. Demuestre que si $g : R \rightarrow R$ satisface

a) $g(x^*) = x^*$

b) $g'(x^*) = 0$

c) $g \in C^2$

entonces

- a) Existe una vecindad de x^* tal que si x_0 esta en esta vecindad entonces la sucesión

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

converge

- b) La convergencia es cuadrática

4. Calcule las raíces de la ecuación

$$x^3 - 4x + 2 = 0$$

5. Calcule un spline cuadrático definido en el intervalo $[0, 8]$ tal que

$$b(x) = \begin{cases} P_1(x) & x \in [0, 3] \\ P_2(x) & x \in [3, 5] \\ P_3(x) & x \in [5, 8] \end{cases}$$

y además

$$b(0) = b'(0) = 0$$

$$b(8) = b'(8) = 0$$

6. Demuestre que si A es positiva definida, existe L triangular superior tal que

$$A = LL^t.$$

7. Calcule L tal que

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 3 & -3 \\ 3 & 26 & 14 \\ -3 & 14 & 110 \end{bmatrix} = LL^t.$$

8. a) ¿Qué se entiende por condición en análisis numérico ?
b) ¿Qué se entiende por estabilidad en análisis numérico ?