

# Examen de Conocimientos Generales

## Análisis Numérico

Duración : 11:00 a 14:30

15 de Enero del 2016

- [1pt.] 1. Encuentre las soluciones de la ecuación

$$3 \oplus x = 3.01$$

$x \in \text{Fl}(10, 3, -99, 99)$ , y ubíquelas geoméricamente; suponga que el redondeo es simétrico.

- [1pt.] 2. Considere la sucesión  $\{s_k\}$  definida por los puntos:

$$s_0 = 0$$

$$s_{k+1} = s_k \oplus 0.123$$

Calcule:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s_k = ?$$

en  $\text{Fl}(10, 3, -99, 99)$ .

- [2pts.] 3. Calcule la regla de cuadratura gaussiana de 3 puntos en un intervalo  $[-1, 1]$ , tal que

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2) + w_3 f(x_3)$$

[1pt.] 4. Enuncie y demuestre el teorema de contracción de mapeos de Banach.

[1pt.] 5. Demuestre que el método de Newton bajo condiciones adecuadas converge cuadráticamente.

[2pts.] 6. Demuestre que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -3 & -3 & -3 \\ -3 & 10 & -3 & -3 \\ -3 & -3 & 10 & -3 \\ -3 & -3 & -3 & 10 \end{pmatrix}$$

es positiva definida.

[2pts.] 7. Encuentre y grafique el b-spline cuadrático  $C^1$  con las propiedades siguientes:

$$b'(0) = b(0) = 0$$

$$b'(10) = b(10) = 0$$

$$b(5) = 1$$

$$b(x) = \begin{cases} P_1(x), & x \in [0, 2] \\ P_2(x), & x \in [2, 8] \\ P_3(x), & x \in [8, 10] \end{cases}$$