

# Posgrado en Ciencias Matemáticas

Examen de Admisión - Cálculo Diferencial e Integral  
Semestre 2017-I

**Instrucciones:** Resuelva 4 y sólo 4 problemas (no se corregirán 5 problemas). Por favor, no ponga más de un problema por hoja y escriba su nombre en cada hoja. En la primera hoja indique qué problemas se eligieron.

1. Determine si las siguientes series son convergentes o divergentes. Argumente su respuesta.

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2^{\frac{1}{n}} - 2^{\frac{1}{n+1}}).$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{7^n - 6^n}.$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right).$$

2. Sea  $f$  una función continua en  $\mathbb{R}$ .

a) Calcule  $f(4)$  si  $\int_0^{x^2} f(s) ds = x \sin(\pi x)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Calcule  $f(4)$  si  $\int_0^{f(x)} s^2 ds = x \sin(\pi x)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

3. Durante una carrera dos caballos arrancan al mismo tiempo y llegan empatados. Demuestre que en un momento de la carrera los dos caballos van exactamente a la misma velocidad.

4. a) Calcule la siguiente integral

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sin(\pi x^3) dx dy.$$

b) Sea el contorno

$$\mathcal{C} = \{(a + r \cos t, b + r \sin t) : t \in [0, 2\pi]\},$$

con  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ ,  $r > 0$ , fijos. Calcule la siguiente integral de línea:

$$\int_{\mathcal{C}} xy \, ds.$$

5. Encuentre los valores máximo y mínimo de la función  $f(x, y) = xy$  sujeta a la condición  $4x^2 + y^2 = 8$ .