

Examen General de Teoría de las Gráficas (2018-I)

Duración: 4 horas

Resolver 6 ejercicios de los siguientes 8 (si se entregan más de 6 ejercicios, se calificará sobre los 6 ejercicios de menor puntaje).

1.- Determina el número de 1-factores en:

(a) la gráfica de Petersen, (b) el prisma pentagonal, (c) K_{2n} , (d) $K_{n,n}$.

2.- Sea G una gráfica bipartita k -regular, con $k \geq 2$. Muestra que G no tiene puentes.

3.- Sea G una gráfica conexa y sea x un vértice de G .

i) Muestra que G tiene un árbol de distancia con raíz x .

ii) Prueba que si G tiene diámetro d , entonces tiene un árbol generador de diámetro a lo más $2d$.

4.- Sea G una gráfica conexa que no es completa. Muestra que G es k -conexa si y solo si cualquier pareja de vértices a distancia 2 están conectados por k trayectorias internamente disjuntas.

5.- Sea G una gráfica conexa plana con cuello $k \geq 3$. Muestra que $m \leq \frac{k(n-2)}{k-2}$.

6.- Sea G una gráfica en la que todo par de ciclos de longitud impar se intersectan. Muestra que

i) $\Xi(G) \leq 5$.

ii) Si $\Xi(G) = 5$ entonces G contiene una copia de K_5 .

7.- Sea M un apareamiento máximo en una gráfica G , y sea M^* un apareamiento de cardinalidad máxima en G . Prueba que $|M| \geq \frac{|M^*|}{2}$.

8.- Prueba que:

i) Una gráfica cúbica que sea hamiltoniana es 3-coloreable por aristas.

ii) Una gráfica cúbica con un puente no es 3-coloreable por aristas.