

Examen de Conocimientos Generales

Análisis Numérico

17 de enero del 2018
Horario : 11:00 a 14:30

Lugar: Lab de Cómputo Científico cub. 240, 2do piso Depto. de Matemáticas.

Instrucciones: Resuelva todos los ejercicios.

1. [2pts.] Demuestre que la matriz es positiva definida y calcule sus eigenvalores.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

HINT: Los eigenvalores son fáciles de calcular si se escribe la matriz A como una suma de matrices.

2. [2pts.] Considere el sistema numérico de punto flotante

$$\mathbb{R}(10, 5, -10, 10) = F$$

- a) ¿Cuál es la distancia entre $32.153 \in F$ y el que sigue?
b) Encuentra la solución más pequeña a la ecuación

$$x \oplus 10.001 = 2$$

3. [2pts.] Considere la partición $-1 < 0 < 2 < 3$ del intervalo $[-1, 3]$. Calcule un spline cuadrático tal que:

- a) $s(x) \in C^1$
b) $s(-1) = s'(-1) = 0$
c) $s(3) = s'(3) = 0$

4. [1pts.] Explique qué es una regla de cuadratura gaussiana y sus propiedades. Calcule una regla de cuadratura gaussiana de 3 puntos en el intervalo $[-1, 1]$

5. [2pts.] Sean $I = [a, b]$, $f : I \rightarrow I$, tal que:

- a) f continua
b) $f(I) \subset I$
c) $f(x)$ satisface la condición de Lipschitz constante $L < 1$, en I . Demuestre que para cualquier $x \in I$ la sucesión

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

converge a la única solución de $x = f(x)$

6. [1pts.] Demuestre que si $\|A\| < 1$ entonces $I - A$ es invertible.