Programa para el curso ”Filosofía de las Matemáticas”

Max Fernández de Castro
Carlos Torres Arcaraz

Primer semestre de 2013.

Objetivos. Que al finalizar el alumno tenga una idea adecuada y clara de los principales problemas que se debaten en la fuilosofía de las matemáticas contemporáneas, ssí como de las escuelas más conspícuas que se han constituido en esta disciplina. El curso comienza con las tres con las paradojas de la teoría de conjuntos y temas relacionados y con los célebres intentos de fundar la matemática a finales del siglo XIX y principios del XX y que establecieron el marco de la reflexión posterior.

1. La Filosofía de las Matemáticas de Gottlob Frege.
La lógica de Frege. La teoría general de sucesiones. Sentido y Referencia. La concepción de las matemáticas en los Grundlagen. Las tres definiciones de “número”. El problema de Julio César. La pardaoja de Russell y la “solución” de Frege. El teorema de Frege. El principio de Hume y los orígenes del neofregeanismo.

2. Las paradojas de la teoría de conjuntos.
La paradoja del conjunto de todos los conjuntos. La impredicatividad y los intentos de integrarla a la matemática (Russell y Poincaré). La demostración del Principio del Buen Orden. Los axiomas de Zermelo y el axioma de elección. El problema de la cardinalidad del continuo.

3. El Formalismo de Hilbert.
El logicismo de Hilbert. El nuevo método axiomático. La axiomatización de la geometría- Las definiciones implícitas. La correspondencia con Frege. La consistencia de la aritmética. Las formulaciones tempranas del Programa de Hilbert. La versión madura.

4. El intuicionismo. Los pre-intuicionistas. La matemática intuicionista de Brouwer como creación libre del espíritu humano. Las divergencias con la matemática clásica. La sistematización de la lógica intuicionista por Heyting. Los argumentos semánticos de Dummett a favor de la lógica intuicionista.

5. Las limitaciones de los formalismos.
Los teoremas de Löwenheim y Skolem, el teorema de incompletud de Gödel, el problema de la detención y el teorema de Church.

6. Algunas formas de platonismo.
Gödel: la “percepción” de los objetos y la crítica a posiciones contrarias (principalmente a Carnap). La vrsión naturalizada de Linnski y Zalta. El platonismo pleno de Balaguer.

7. El argumento de la indispensabilidad de Quine-Putnam-Colyvan.
Las premisas del argumento: el naturalismo, el holismo confirmacional y el criterio ontológico. El argumento de la indispensabilidad. Las objeciones: el principio eleático (Armstrong), la dispensabilidad de las matemáticas en la física de Newton (Field), la evidencia matemática.

8. El estructuralismo.
Las tres versiones del estructuralismo. Un ejemplo: Dedekind. La concepción modal de G. Hellman. El estructuralismo platónico de Shapiro. La consistencia y la existencia. La falta de un criterio de identidad para estructuras. La epistemología de Shapiro.

9. El nominalismo.
De nuevo el programa de Hartry Field. El nominalismo de Balaguer. La evaluación de los nominalismos por Burgess y Rosen. El nominalismo hermenéutico y el revolucionario. Las estrategias nominalistas y sus problemas.

10. El naturalismo de P. Maddy.
La crítica al criterio ontológico y al naturalismo quineano. La posición de Maddy en contraste con las de Carnap y Dummett. La lógica naturalizada. La matemática naturalizada. La aplicación de las matemáticas, la metodología y la filosofía de las matemáticas.

Bibliografía Básica.

1. Frege, Gottlob, *Conceptual Notation and Related Articles*, Oxford University Press, 1972.
Frege, Gottlob, *The foundations of Arithmetic*, Harper and Brothers, New York, 1960.
Boolos, G. “Saving Frege from contradiction”, “The Conistency of Frege’s *Foundations of Arithmetic*” in Boolos, *Logic, Logic and Logic*, Harvard University Press, 1998.

3. Hilbert, David, *Fundamentos de las Matemáticas*, UNAM, 1993.
“The Frege-Hilbert correspondence” en Frege, Gottlob, *Philosophical and Mathematical Correspondence*. The University of Chicago Press, 1980.
“P. Bernays and D. Hilbert” capítulo III de Manconsu Paolo, From Brouwer to Hilbert, The Debate on The Foundations of Mathematics in the 20’S”, Oxford University Press, 1998.

4. Brouwer, L. E. J., “Intuitionism and Formalism”, Consciousness, Philosophy and Mathematics”, “Discours Final de M. Brouwer”, en Brouwer, L. E. J. *Collected Works* Vol. 1. North Holland (1975),
Heyting, A. *Intuitionism: An Introduction*, Amsterdam, North Holland, segunda edición (1966).
Dummett, M. “Truth” y “The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic”, en Dummett, M. “Truth and Other Enigms” (1978).
“L. E. J. Brouwer” capítulo I de Manconsu Paolo, From Brouwer to Hilbert, The Debate on The Foundations of Mathematics in the 20’S”, Oxford University Press, 1998.

5. Kleene, S. *Mathematical Logic*, John Wiley and Sons, Inc, 1967.
Smulyan, Raymond, *Gödel’s Incompleteness Theorems*. Oxford University Press.

6.Gödel, K. “What is Cantor’s Continuum Problem?” En *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, second edition, Cambridge University Press, 1983. “Russell’s mathematical logic” (1940), en The Philosophy of Bertrand Russell (Ed. P. A: Schilp): The Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois,
Gödel, K. “Is mathematics a logical syntax of language?

7. Quine, W. V. O. “Two dogms of Empiricism”, “On what there is”, “Epistemology naturalized”, Capítulo 2, especialmente párrafo 14 de *Word and Object*.
Colyvan, Mark, *The Indispensability of Mathematics*, Oxford University Press, 2001.

8. Hellman, Geoffrey, “Structuralism without Structures”. *Philosophia Mathematica* 4 (1966), pp 100-123
Shapiro, Stewart, *Philosophy of Mathematics*, Oxford University Press, 1997.

9. Balaguer, Mark, *Platonism and Anti-platonism in Mathematics*, Oxford University Press, 1997.capítulos 5, 6 y 7.
Burgess, John y Rosen, Gideon. *A Subject with no Object, Strategies fon Nominalistic Interpretations of Mathematics*, Oxford University Press, 1997.

10. Maddy, Penelope, *Second philosophy. A Naturalistic Method*, Oxford University Press, 2009. Tercero y cuarto capítulo.