

Propuesta de curso o seminario

1. Nombre del profesor:

Mario Gómez Torrente

2. Nombre del curso o seminario:

El Teorema de Gödel. Aspectos Matemáticos, Históricos y Filosóficos (Seminario)

3. Campos de conocimiento en los que debe ser anunciado (máximo dos):

Lógica, Fil. Lenguaje y Fil. Mente

4. Breve descripción del curso (temas y objetivos):

Objetivo general:

Ofrecer una introducción matemática elemental a los teoremas de incompleción de Gödel y a otros teoremas relacionados con ellos.

Objetivos particulares:

Los resultados matemáticos presentados se expondrán llamando la atención sobre varias conexiones históricas entre ellos que resultan de interés; al final del curso se comentará un grupo selecto de problemas filosóficos suscitados por los teoremas de incompleción. Los objetivos principales son (1) que el estudiante adquiera completa familiaridad con las nociones matemáticas que aparecen en las versiones presentadas de los teoremas de incompleción (satisfacción, verdad, demostrabilidad, consistencia, consistencia-omega, etc.), (2) que sea capaz de probar con facilidad resultados elementales acerca de esas nociones, y (3) que adquiera una comprensión buena de la estructura y contenido de las pruebas de los teoremas de incompleción. En el caso de los textos filosóficos que serán objeto de estudio, la idea rectora es que el estudiante los lea con plena comprensión de las motivaciones, los presupuestos, el contenido y las implicaciones básicas de cada texto particular.

Temas:

Introducción general. Lenguajes para la aritmética elemental, en particular LE. Sistemas formales. Numeraciones de Gödel. La sintaxis precisa de LE. Una numeración de Gödel. La inexpresabilidad de la satisfacción. Condiciones para la inexpresabilidad de la verdad. Condiciones para la incompleción. Un método para construir oraciones indecidibles. Condiciones para la existencia de puntos fijos para la verdad. Relaciones sigma-0, sigma-1, pi-1 y sigma. Su relación con la noción de computabilidad. La inexpresabilidad de la verdad y la existencia de puntos fijos para la verdad. Toda relación sigma es sigma-1. La Aritmética de Peano con Exponenciación (PE). La expresabilidad de la concatenación y de la función r. Aritmetización de las secuencias finitas de expresiones. La expresabilidad de la demostrabilidad. La incompleción de PE. Construcción de oraciones indecidibles en PE. PE es completo-sigma-0. La versión original del primer teorema de incompleción de Gödel. El perfeccionamiento de Rosser. El segundo teorema de incompleción de Gödel. Su relación con el Programa de Hilbert. El programa de Hilbert y su relación con los teoremas de incompleción. Los teoremas de incompleción y la controversia sobre mentes y máquinas.

5. Bibliografía (obligatoria y complementaria):

Obligatoria:

Gödel, K., “Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their implications” (1951), en Gödel, *Collected Works*, vol. III, Oxford University Press, Nueva York, 1995.

Hilbert, D., “On the Infinite” (1925), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2^a ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

Koellner, P., “Gödel’s Disjunction”, en L. Horsten y P. Welch (comps.), *Gödel’s Disjunction. The Scope and Limits of Mathematical Knowledge*, Oxford University Press, Oxford, 2016.

Kreisel, G., “Hilbert’s Programme” (1958), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2^a ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

Lucas, J. R., “Minds, Machines and Gödel”, *Philosophy*, vol. 36, 1961.

- Penrose, R., “Gödel, the Mind, and the Laws of Physics”, en M. Baaz, C. H. Papadimitriou, H. Putnam, D. S. Scott y C. L. Harper (comps.), *Kurt Gödel and the Foundations of Mathematics: Horizons of Truth*, Cambridge University Press, Cambridge, 2011.
- Putnam, H., “Minds and Machines” (1960), en Putnam, *Mind, Language and Reality. Philosophical Papers, Vol. 2.*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975.
- Smorynski, C., “The Incompleteness Theorems”, en J. Barwise (comp.), *Handbook of Mathematical Logic*, North-Holland, Amsterdam, 1977.
- Von Neumann, J., “The Formalist Foundations of Mathematics” (1931), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2^a ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- Williamson, T., “Absolute Provability and Safe Knowledge of Axioms”, en L. Horsten y P. Welch (comps.), *Gödel’s Disjunction. The Scope and Limits of Mathematical Knowledge*, Oxford University Press, Oxford, 2016.

Complementaria:

- Boolos, G., *The Logic of Provability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- Boolos, G. y R. Jeffrey, *Computability and Logic*, 2^a ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- Smith, P., *An Introduction to Gödel’s Theorems*, 2a ed., Cambridge University Press, Cambridge, 2013.
- Smullyan, R., *Gödel’s Incompleteness Theorems*, Oxford University Press, Oxford, 1992.

6. Criterios de evaluación:

Con una periodicidad aproximada de dos semanas, cada estudiante habrá de contestar a un cuestionario de ejercicios sobre las clases anteriores, con valor de 10 puntos. En general, los ejercicios consistirán en hacer demostraciones y computaciones elementales, o en responder de manera concisa a preguntas de naturaleza filosófica. La calificación final se basará en la media aritmética de las calificaciones de las respuestas a los cuestionarios.

7. Propuesta de día y horario:

Jueves de 10h a 14h

8. Sede (FFyL, IIFs o Unidad de Posgrado):

IIFs